

# Matemática no Seridó

Boletim da licenciatura em Matemática do CERES - UFRN

Conselho Editorial: Prof. Dr. Francisco de Assis Bandeira  
Alunos: Diego Oliveira de Brito  
Erivaldo Diniz de Lima

**EDIÇÃO 10 ó NOVEMBRO 2010**

## EDITORIAL

Com o objetivo de produzir, explanar e difundir autores, obras e demais assuntos ligados à Educação em geral, à Matemática e ao Curso de Licenciatura em Matemática, é originado o Boletim da Licenciatura em Matemática do CERES – UFRN, proporcionando em suas diversas publicações, teorias, pesquisas e trabalhos, curiosidades desenvolvidas por outros e pelos nossos próprios discentes, que desvendam e aprimoram seus interesses na referida ciência, favorecendo, dessa maneira, o compartilhamento desse incipiente acervo bibliográfico aos seus leitores.

Aproveite essa edição do Boletim Matemática no Seridó e lembre-se: a melhor maneira de prever o futuro é criá-lo.

## CONSELHO EDITORIAL

3D !

### COMO É REALIZADA A PROJEÇÃO EM 3D NO CINEMA?

Sameque Farias C. de Oliveira<sup>1</sup>

Para dar ao espectador a ilusão de que está diante de uma cena tridimensional, é preciso enganar seu cérebro. Isso requer cuidados especiais na filmagem e na projeção das imagens.

Para compreendermos essa ilusão, é



preciso entender que o cérebro obtém a

<sup>1</sup> Sameque Farias C. de Oliveira é aluno do 8º período do Curso de Matemática – Licenciatura Plena. CERES – Caicó.

## EFEITO BORBOLETA X MATEMÁTICA

Aldenor Jovino dos Santos<sup>2</sup>

informação de profundidade processando as imagens captadas pelos olhos. A imagem 3D (em três dimensões) é obtida projetando-se nos olhos do espectador as duas imagens que eles receberiam se estivessem observando uma cena tridimensional do dia-a-dia. O cérebro, ao recebê-las, é enganado e realiza o processamento que determina a profundidade da cena.

As lentes dos óculos 3D que usamos para assistir ao filme são filtros polarizadores. A produção dessas imagens é feita por meio de um par de câmeras posicionadas lado a lado, semelhante ao par de olhos de uma pessoa. Elas são então projetadas de forma sobreposta na tela do cinema, sendo utilizada uma luz polarizada de modo diferente para cada uma.

As lentes dos óculos 3D que usamos para assistir ao filme são filtros polarizadores. O filtro na frente de cada olho é feito de forma a bloquear a luz polarizada utilizada na projeção da imagem destinada ao outro. Sendo assim, cada imagem atinge apenas seu olho de destino. Essa tecnologia está se popularizando e promete formas de entretenimento ainda mais interessantes no futuro, quando as pessoas poderão interagir com objetos virtuais.

## REFERÊNCIA

COMO é realizada a projeção em 3d no cinema. **Revista Ciências Hoje das Crianças**. São Paulo, SP: Edição 271, 2010.

O efeito borboleta faz parte da **teoria do caos**, a qual encontra aplicações em qualquer área das **ciências: exatas (engenharia, física, etc.), médicas (medicina, veterinária etc.), biológicas (biologia, zoologia, botânica etc.)** ou **humanas (psicologia, sociologia etc.)**, na **arte** ou **religião**, entre outras aplicações, seja em áreas convencionais e não convencionais. Assim, o Efeito Borboleta encontra também espaço em qualquer sistema natural, ou seja, em qualquer sistema que seja dinâmico, complexo e adaptativo. Existe um filme com o nome "**The Butterfly Effect**" (Efeito Borboleta) fazendo referência a esta teoria.



Um sistema dinâmico evoluindo a partir de  $t_0$  indica uma dependência estreita entre as condições finais em relação às iniciais. Se for arbitrariamente separado um ponto a partir do aumento de  $t$ , sendo um ponto qualquer  $M$

<sup>2</sup> Aldenor Jovino dos Santos – aluno do 8º período do curso de Matemática – CERES – Caicó.

aquele que indica o estado de  $f^t$ , este mostra uma sensível dependência das circunstâncias finais a partir das iniciais.

Portanto, havendo assim no início  $d > 0$  para cada ponto  $x$  em  $M$ , onde na vizinhança de  $N$  que contém  $x$  exista um ponto  $y$  e um tempo  $\tau$ , temos:  $d(f^\tau(x), f^\tau(y)) > \delta$ .

Aproximava-se o final da década de 1950. Certo dia, Lorenz decidiu repetir alguns cálculos em seu modelo. Para isto, parou sua simulação computacional, anotou uma linha de números que havia sido apresentada tempos antes e digitou-a, fazendo com que o programa rodasse novamente. Como cientista típico, foi tomar um café. Voltando instantes depois, para sua surpresa, notou que os novos números da simulação nada pareciam com os impressos anteriormente. Inicialmente eram iguais, depois de algum tempo começavam a diferir na última casa decimal, então na penúltima, na antepenúltima [...] Fisicamente este resultado poderia ser interpretado como sendo as condições climáticas que, primeiramente, comportavam-se de forma semelhante à simulação anterior, dias após surgiam pequenas diferenças, depois diferenças cada vez maiores até que, semanas depois, as características climáticas eram totalmente diferentes das características da simulação anterior.

Por que isto ocorreu? A conclusão do cientista foi de que os números digitados não eram exatamente os mesmos: estavam arredondados! Esta pequena diferença, embora irrisória no início, foi de maneira tão incisiva se avolumando até que mudasse totalmente o resultado final. A isto denominamos *caos*.

O *best seller* de James Gleick “Caos: a criação de uma nova ciência” (1987) apresenta como um dos principais capítulos o intitulado “O efeito borboleta”. De uma forma tão coincidentemente incrível, como talvez somente o destino consiga fazer, a *forma* do atrator de Lorenz e o *ponto principal* deste seu artigo são os mesmos: *a borboleta*. Por isto costuma-se associar à teoria do caos o chamado “efeito borboleta”. Mas quando alguém lhe disser com veemência que o efeito borboleta é chamado assim devido ao atrator; ou afirmar que é por causa do artigo, duvide, pois o próprio Lorenz desconhece o motivo.

Em 1971, o físico matemático belga David Ruelle apresentou na Califórnia uma palestra intitulada “Os atratores estranhos como uma explicação matemática da turbulência”. O termo “atrator estranho” foi citado pela primeira vez no artigo conjunto de Ruelle e Floris Takens: “Sobre a natureza da turbulência”, que originou a palestra supracitada. Este artigo influenciou enormemente a recém criada teoria do caos.

#### REFERÊNCIAS

Disponível em:  
[http://pt.wikipedia.org/wiki/Efeito\\_borboleta](http://pt.wikipedia.org/wiki/Efeito_borboleta);  
<http://matematicando2008.blogspot.com/2008/10/efeito-borboleta>. Acesso em: 10 dez.2010.

## SEQUÊNCIA FIBONACCI

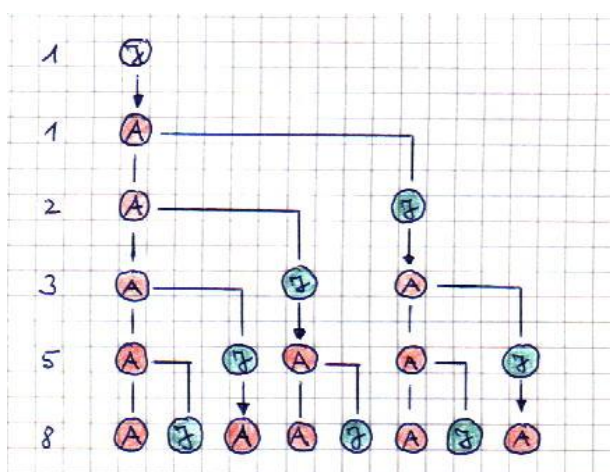
### A SUCESSÃO DE FIBONACCI NA NATUREZA

Sameque Farias C. de Oliveira<sup>3</sup>

Você já reparou que muitas flores têm 5 pétalas, que nós temos 2 mãos, cada uma com 5 dedos e cada dedo dividido em 3 partes? [...] e que o ananás (abacaxi) tem 8 diagonais num sentido e 13 no outro? Por que será que as margaridas têm geralmente 34, 55 ou 89 pétalas?

Coincidência ou não, todos estes números fazem parte da sucessão de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...), sequência onde cada termo (a partir do segundo) é soma dos dois precedentes.

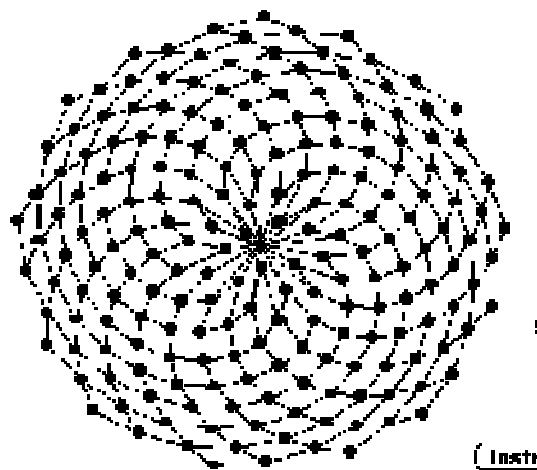
O problema que Fibonacci investigou inicialmente (no ano 1202) foi sobre a rapidez que os coelhos poderiam reproduzir-se em circunstâncias ideais. O número de coelhos que vão existindo ao longo dos meses (supondo que nenhum morre) reproduz a sucessão de Fibonacci.



<sup>3</sup> Sameque Farias C. de Oliveira é aluno do 8º período do Curso de Matemática – Licenciatura Plena. CERES – Caicó.

Os números de Fibonacci podem ser usados para caracterizar diversas propriedades na Natureza. O modo como as sementes estão dispostas no centro de diversas flores é um desses exemplos.

A Natureza "arrumou" as sementes do **girassol** sem intervalos, na forma *mais eficiente possível*, formando espirais que tanto curvam para a esquerda como para a direita. O curioso é que os números de espirais em cada direção são (quase sempre) números vizinhos na sequência de Fibonacci. O raio dessas espirais



varia de espécie para espécie de flor.

#### REFERÊNCIA

Disponível em:  
<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm203/numeros.htm>. Acesso em: 10 dez.2010.

BASE DE HAMEL X BASE DE SCHAUDER

Thiago Bernardino<sup>4</sup>

1. Introdução e Notação

$\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$  denotará o conjunto dos números naturais,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{Q}$  e  $\mathbb{C}$  denotarão os conjuntos dos números reais, racionais e complexos respectivamente. Em todo esse texto  $V$  denotará espaços vetoriais sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , onde  $\mathbb{K}$  é o corpo  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

Quando falamos em espaço vetorial é comum pensarmos em sua Base. Em Álgebra Linear, temos o conceito de Base de Hamel. Aqui apresentaremos o conceito de Base de Schauder. A diferença entre estas bases é que na base de Hamel usamos combinação linear com somas finitas, já na base de Schauder, está soma pode ser infinita.

2. Base de Hamel

Uma base de Hamel  $B$  de um espaço vetorial  $V$  sobre o corpo  $\mathbb{K}$  é um subconjunto linearmente independente de  $V$  que gera  $V$ . Mais detalhadamente, suponha que  $B = \{v_1, \dots, v_p, \dots\}$  é um subconjunto de um espaço vetorial  $V$  sobre o corpo  $\mathbb{K}$ . Então  $B$  é uma base (Hamel) se satisfizer as seguintes condições:

- (i)  $B$  é linearmente independente, isto é, para qualquer  $m \in \mathbb{N}$ ,  $v_1, \dots, v_m \in B$

<sup>4</sup>Prof. do Departamento de Matemática do CERES-UFRN e Doutorando em matemática pela UFPE

e  $c_1, \dots, c_m \in \mathbb{K}$ , se  $c_1 v_1 + \dots + c_m v_m = 0$ , então  $c_1 = \dots = c_m = 0$ ;

- (ii)  $B$  é um gerador de  $V$ , isto é, para cada  $v \in V$  existem  $m \in \mathbb{N}$ ,  $v_1, \dots, v_m \in B$  e  $c_1, \dots, c_m \in \mathbb{K}$  tais que:

$$v = \sum_{j=1}^m c_j v_j = c_1 v_1 + \dots + c_m v_m.$$

Se  $B$  for finito e contiver  $n$  elementos dizemos de  $V$  tem dimensão finita  $n$ . Se  $B$  for infinito dizemos que  $V$  tem dimensão infinita. O próximo resultado é muito interessante e sua demonstração pode ser encontrada em [3].

*Teorema 1: Todo espaço vetorial possui base de Hamel.*

3. Enumerabilidade e Completude

Um conjunto  $X$  é dito enumerável se for possível enumerar seus elementos. Precisamente,  $X$  é enumerável se existir uma função de  $\mathbb{N}$  em  $X$  bijetiva.

A teoria sobre espaços completos necessita de uma métrica no espaço vetorial, mas o que segue é suficiente para o desejado deste trabalho. Sabemos que  $\mathbb{Q}$  é um espaço vetorial sobre  $\mathbb{R}$ . A sequência

(1; 1, 4; 1, 41; 1, 414; 1, 4142; 1, 41421; 1, 414213; 1, 4142135; 1, 4142135623; 1, 414213562; ...) é uma sequência de Cauchy que converge para  $\sqrt{2}$ , veja [2]. Mas  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ . Assim

Q não é completo, pois possui sequência de Cauchy que não é convergente em  $\mathbb{Q}$ . Os espaços vetoriais em que toda sequência de Cauchy converge são chamados de espaços completos ou espaços de Banach.

#### 4. Base de Schauder

Juliusz Schauder, matemático alemão, que estudou mecânica e fundamentos da matemática, em 1927, descreveu o conceito de base de Schauder.

**Definição 2:** Seja  $V$  um espaço vetorial de Banach sobre o corpo  $\mathbb{K}$ . Uma base de Schauder é uma sequência  $(b_n)_{n=1}^{\infty}$  de elementos de  $V$  tal que para cada elemento  $v \in V$  existe única sequência de escalares  $(c_n)_{n=1}^{\infty}$  em  $\mathbb{K}$  tal que:

$$v = \sum_{j=1}^{\infty} c_j b_j.$$

#### 5. Base de Hamel X Base de Schauder

Bases  $(b_n)$  de Hamel, em geral, são de difícil manuseio e são muito “grandes”. O resultado a seguir é um bom indício e sua demonstração pode ser encontrada em [1].

**Teorema 3:** Seja  $V$  um espaço vetorial de Banach de dimensão infinita e  $B$  uma base de Hamel de  $V$ . Então  $B$  é não enumerável.

#### REFERÊNCIAS

1. PELLEGRINO, D. **Nota de aula de análise Funcional**. 2007.
2. LIMA, E. L. Curso de Análise, Volume 1, IMPA, 2002.
3. JAIN, P. K. et al. *Functional Analysis*, John Wiley E Sons Inc, New York.

## JOGANDO COM O TANGRAM

Ana Santana dos Santos<sup>5</sup>

### 1. Introdução

Assim como outros jogos, o tangram possui uma origem incerta. Há quem diga que foi uma pedra preciosa que se desfez em sete pedaços, e outros afirmam que foi um imperador que deixou cair um espelho quadrado que se desfez em sete pedaços.

Segundo alguns, o nome tangram vem da palavra inglesa “tangram” de significado “puzzle” ou “buginganga”. Outros dizem que a palavra vem da dinastia chinesa Tang, ou até do barco cantonês “Tanka”, onde mulheres entretiam os marinheiros americanos. Na Ásia o jogo é chamado de “Sete placas da Sabedoria”.

O jogo é composto por sete peças (cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo). O Objetivo deste é utilizar as sete peças, para montar inúmeras figuras.

Atualmente o tangram tem sido utilizado com frequência nas aulas de matemática, pois o mesmo propicia a exploração das formas geométricas (áreas e perímetros) bem como conteúdos específicos.

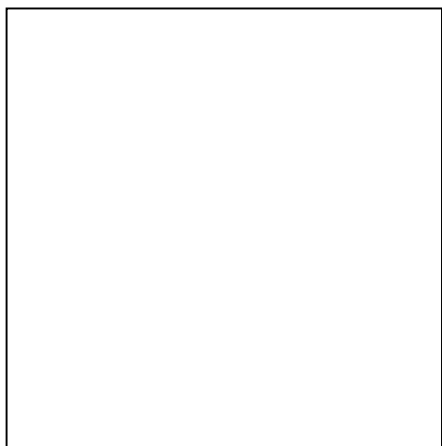
A construção das figuras é dada a partir de um desenho ou de uma orientação verbal ou escrita, para o educando interpretar e tentar a montagem. A exigência é que essas formadas devem conter as sete peças.

<sup>5</sup> Ana Santana dos Santos é aluna do 8º período do Curso de Matemática – Licenciatura Plena. CERES – Caicó.

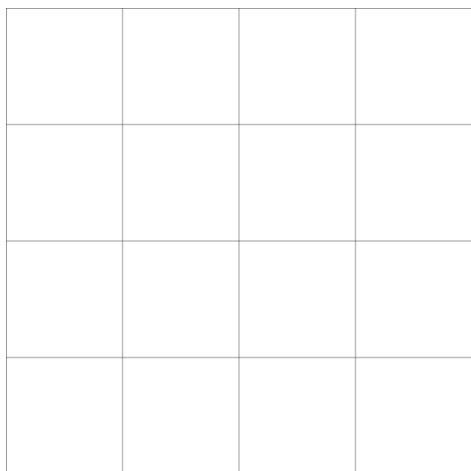
## 2. Como construir um Tangram

O tangram pode ser construído de qualquer tamanho, utilizando cartolina, plástico ou papel – cartão.

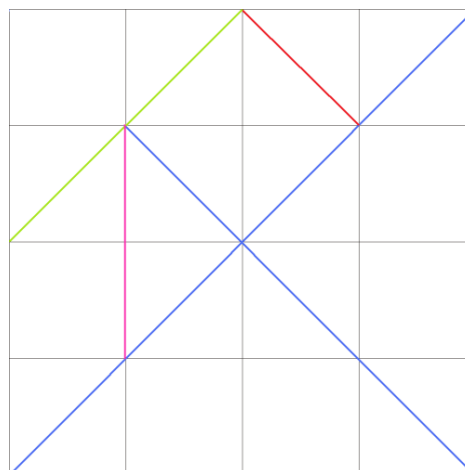
1ª Etapa: Construir um quadrado.



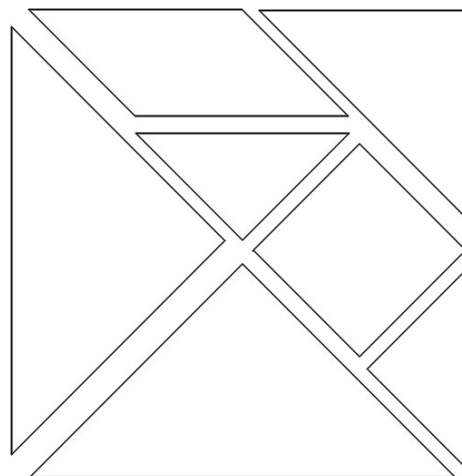
2ª Etapa: Quadricular esse quadrado em dezesseis quadrados menores.



3ª Etapa: Reforçar as linhas indicadas, dividindo o quadrado em sete partes.



4ª Etapa: Cortar o quadrado pelas linhas indicadas.



### Jogo usual

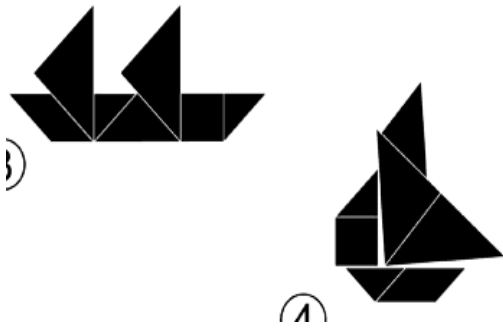
#### *Quebra cabeça*

Montar as figuras abaixo utilizando o tangram

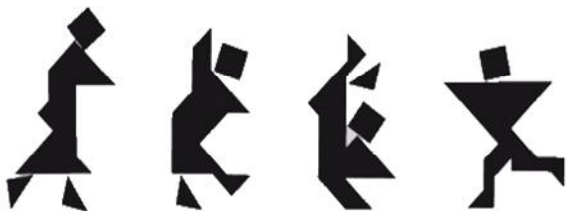
DICA: Utilize figuras que lembrem elementos do cotidiano dos educandos.

## EXEMPLIFICAÇÃO:

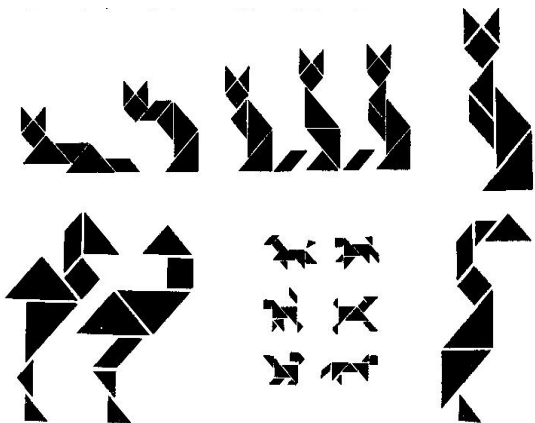
### Barcos



### Figuras humanas



### Animais



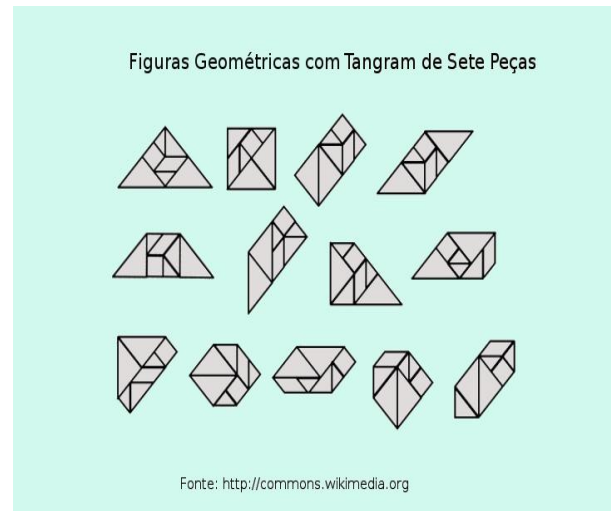
### Números



### Letras



### Figuras geométricas



Iran Abreu Mendes (2006) sugere, por exemplo, as seguintes atividades após a manipulação das peças:

- Os lados de cada uma das figuras geométricas presentes no material (triângulos, paralelogramo, quadrado);
- As formas geométricas possíveis de serem formadas a partir da composição das formas básicas existentes;
- Relações entre figuras geométricas e a classificação de triângulos e quadriláteros;
- Vértices, ângulos e a soma de ângulos;
- Rotação e translação de figuras;
- Conceitos de simetria, entre outros.

Após essas atividades o docente poderá iniciar uma discussão sobre os conceitos geométricos para melhor abstração do conteúdo estudado.

Assim sendo, o tangram é um excelente instrumento que mexe com o imaginário da criança, fazendo-a criar suas próprias figuras e tornando a brincadeira um excelente desafio.

#### REFERÊNCIAS

- 1.MENDES. Iran Abreu. In: **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. Natal. Editora Flecha do Tempo, 2006.
- 2.<http://pt.wikipedia.org/wiki/Tangram>>acesso em 07 nov.2010.
- 3.<http://www.jogos.antigos.nom.br/tangram.asp>> acesso em 07 nov.2010.
- 4.<http://www.educador.brasilecola.com/estrategias-ensino/aplicando-jogos-matematicos-sala-aula.htm>> acesso em 07 nov.2010.
- 5.<http://www.psicopedagogia.com.br/artigos/artigo.asp?entrID=907>> acesso em 07 nov.2010.
- 6.<http://www.pititi.com/jogos/tangram/tangpuzz.htm>> acesso em 07 nov.2010
- 7.[http://3.bp.blogspot.com/\\_Vl6ltC10Gmw/TGaNOY6BCmI/AAAAAAAAAH4/ATvCW6CNguI/s1600/tangram.jpg](http://3.bp.blogspot.com/_Vl6ltC10Gmw/TGaNOY6BCmI/AAAAAAAAAH4/ATvCW6CNguI/s1600/tangram.jpg)> acesso em 18 nov.2010.
- 8.[http://www.diaadia.pr.gov.br/tvpendrive/arquivos/Image/conteudos/imagens/5matematica/2\\_Tangram\\_figuras\\_planas.jpg](http://www.diaadia.pr.gov.br/tvpendrive/arquivos/Image/conteudos/imagens/5matematica/2_Tangram_figuras_planas.jpg)> acesso em 18 nov. 2010.

Encontramos nesse boletim uma maneira de divulgar a aprendizagem matemática e/ou voltada para a educação em geral. Temos enorme prazer de receber sugestões acerca das matérias aqui divulgadas, como também de outras que possam ser publicadas nas próximas edições. Para contato, aqui vai o email “[jornalmat@cerescaico.ufrn.br](mailto:jornalmat@cerescaico.ufrn.br)”.

Desde já agradecemos as opiniões postadas. Concluimos essa edição citando uma frase de Paulo Freire, ilustre educador brasileiro que nos atenta para o fato de que “foi aprendendo que se descobriu que é possível ensinar.”

Até a próxima.